

SMA-SMI Analyse I
Contrôle N°2

Problème 1. On considère la fonction

$$f(x) = \frac{2x+1}{\sqrt{x^2+x+1}}.$$

- a. Déterminer D_f l'ensemble de définition de f . Calculer $f'(x)$ pour tout $x \in D_f$.
- b. Démontrer que f est strictement croissante sur D_f . Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. Déterminer alors l'ensemble $I = f(D_f)$.
- c. Montrer que f^{-1} est dérivable sur I . Calculer $(f^{-1})'(f(x))$ pour tout $x \in D_f$.
- d. Déterminer $(f^{-1})'(1)$.

Problème 2. Soient la fonction $f(x) = \sqrt{x}$ et les nombres réels $a \geq 0$ et $h > 0$.

- a. Démontrer qu'il existe au moins $c_h \in]a, a+h[$ tel que

$$\sqrt{a+h} - \sqrt{a} = \frac{h}{2} \frac{1}{\sqrt{c_h}}$$

- b. On pose $\theta(h) = \frac{1}{h}(c_h - a)$. Calculer $\theta(h)$ en fonction de a et de h .
- c. Si $a = 0$, calculer $\lim_{h \rightarrow 0} \theta(h)$.
- d. Si $a \neq 0$, calculer $\lim_{h \rightarrow 0} \theta(h)$.

Problème 3. Soit la fonction $f(x) = (x^5 - \frac{1}{2}x^4 + 1)^{\frac{1}{3}}$.

- a. Donner la formule de Taylor-McLaurin d'ordre 2 de la fonction $h(X) = (1 - \frac{1}{2}X + X^2)^{\frac{1}{3}}$.
- b. Déterminer l'asymptote en $+\infty$ à la fonction f et la position de la courbe C_f par rapport à cette asymptote.



ETU SUP.com

Programme
Cours
Electricité
Physique
Résumés
Analyse
Livres
Exercices
Contrôles Continus
Langues
Thermodynamique
Multimedia
Divers
Economie
Travaux Dirigés
Chimie Organique
Informatique
Optique
Chimie
Algèbre
Corrigés
Mathématiques
Mécanique
Travaux Pratiques
Droit

et encore plus..